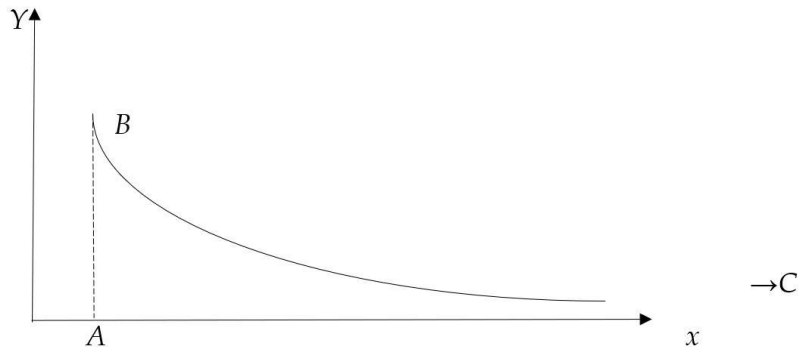


Prendiamo spunto da un'iperbole che ben conosciamo, quella che in un piano ortogonale cartesiano ha equazione  $x \cdot y = 1$ , o  $y = 1/x$  se si preferisce. Per semplicità restringiamoci nel primo quadrante  $x > 0, y > 0$ . Osserviamo anzitutto che l'iperbole passa dal punto  $B$  di coordinate  $(1, 1)$ . Guardiamo al triangoloide con vertice in  $B$  che essa determina, come nella figura sottostante, nella quale  $C$  indica il punto all'infinito del semiasse positivo delle ascisse.

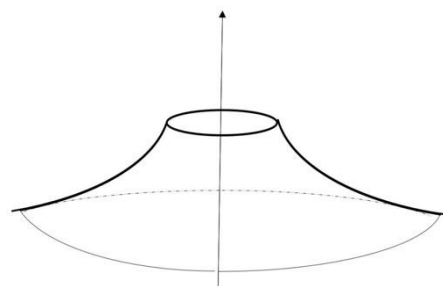


Come i lettori ricorderanno, questo triangoloide presenta varie singolarità:

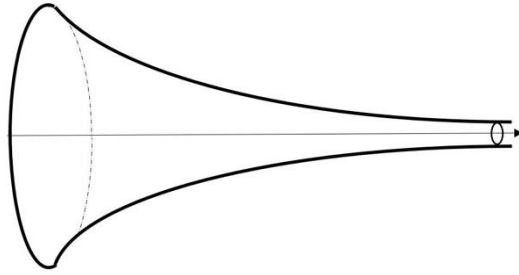
- a) ha area infinita,
- b) il volume del solido ottenuto da una sua rotazione completa attorno all'asse  $y$  è ancora infinito,
- c) invece il volume del solido ottenuto da una sua rotazione completa attorno all'asse  $x$  è finito, e vale  $\pi$ ,
- d) ciò nonostante, il centro di massa di questo solido sta nel punto all'infinito  $C$ .

I solidi di cui si occupa Viviani generalizzano questo caso, a partire da una qualunque equazione della forma  $x^n \cdot y^m = 1$  con  $n, m$  interi positivi (sempre per  $x, y$  reali,  $x > 0, y > 0$ : una forma alternativa dell'equazione è allora  $y = 1/\sqrt[m]{x^n}$ ). Le curve che ne derivano si chiamano *iperboli algebriche*. Viviani le distingue, battezza e classifica in base ai valori di  $m, n$ , usando aggettivi latini. Tutte queste curve passano per  $B$ , e per ognuna di esse si può considerare un triangoloide come per l'iperbole classica, insieme ai due solidi di rotazione già descritti in quel caso:

- quello intorno all'asse  $y$  ha sempre la forma di scudo (sia pure forato) e in effetti viene chiamato da Viviani con l'equivalente latino di questa parola, *clypeus*;



- l'altro attorno all'asse  $x$  ha la forma di pugnale, o di una lancia dei tornei cavallereschi medievali, e viene chiamato *stylum*.



Di queste iperboli algebriche Viviani studia e calcola superficie del triangoloide, volume dei due solidi di rotazione e posizione del centro di massa dello *stylum*. A tale fine, utilizza quel metodo degli *indivisibili* di Bonaventura Cavalieri che Torricelli sviluppò profondamente, giungendo a lambire il calcolo integrale, tanto che oggi il teorema fondamentale del calcolo integrale porta i nomi di Torricelli e di Barrow (maestro, quest'ultimo, di Newton).

Il comportamento di queste curve rispetto alle proprietà a)-d) prima considerate nel "semplice" caso "classico"  $n = m = 1$  risulta vario e talora sorprendente:

- per  $n \leq m/2$ , area del triangoloide, volumi dei due solidi e centro di massa dello *stylum* sono tutti infiniti;
- ma per  $m/2 < n \leq m$ , il volume dello *stylum* diventa finito, pur restando infinito tutto il resto (a estensione del caso classico);
- per  $m < n \leq 2m$ , anche area del triangoloide e centro di massa dello *stylum* divengono finiti, ma il volume del *clypeus* resta infinito;
- per  $n > 2m$ , infine, pure il *clypeus* acquista volume finito.

Le iperboli algebriche di quest'ultimo caso vengono denominate da Viviani *subdemissae*. Un esempio è  $x^3 \cdot y = 1$ , come dire  $n = 3, m = 1$ . Ma basta poco, per esempio diminuire il valore di  $n$  a 2, perché le cose cambino.